

Aus der Reihe

# Astronomie

Astronomical Bulletin Wischnewski

No. 17: Brennweite in der Astrophotographie

## Kritische Brennweite in der Astrophotographie

**Abstract** Es werden Betrachtungen angestellt, welches Öffnungsverhältnis und welche Brennweite erforderlich sind, um größtmögliche Detailreichtum in der digitalen Astrophotographie zu erreichen, ohne dabei durch große Brennweiten mehr Lichtstärke einzubüßen als nötig. Die sich aus der Grenzbetrachtung ergebende Brennweite wird als kritische Brennweite bezeichnet. Längere Brennweite bedeuten ein Oversampling, das durchaus sinnvoll sein kann.

1 Motivation .....	2
2 Größe des Sternscheibchens .....	2
3 Rasterung durch die Pixel des Sensors .....	3
4 Reine Beugung .....	4
5 Luftunruhe und Nachführfehler überbieten Beugung .....	5

Eine ausführliche Behandlung der Themen Teleskope und Astrophotographie finden Sie im Buch *›Astronomie in Theorie und Praxis‹*, 6. Auflage (ISBN 978-3-00-040524-2).

---

Dr. Erik Wischnewski

Heinrich-Heine-Weg 13 • D-24568 Kaltenkirchen

E-Mail: [proab@t-online.de](mailto:proab@t-online.de) • Internet: <http://www.astronomie-buch.de>

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Autors unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Alle Rechte vorbehalten.

© Dr. Erik Wischnewski, Kaltenkirchen 2015

Version: 25.01.2015 15:23:29

## 1 Motivation

Oft stellt sich in der Astrophotographie, speziell bei Aufnahmen von Mond und Planeten, die Frage, wie viel Brennweite dem Gewinn an Details dienlich ist. Bei bestehender Öffnung eines Teleskops hat man die Möglichkeit, die effektiv wirksame Brennweite durch Verwendung einer Shapleylinse, Barlowlinse oder durch Okularprojektion zu verändern. Damit ändert sich auch das Öffnungsverhältnis (bei Kameraobjektiven auch als Blende bezeichnet).

Grundsätzlich ist gegen eine sehr lange Brennweite nichts einzuwenden, wenn sich dadurch nicht die Belichtungszeit verlängern würde. Lange Belichtungszeiten sind bei Mond und Planeten schlecht, da die Gefahr des Verwackelns durch Vibration und Windstöße zunimmt. Bei Deep-Sky-Aufnahmen kann man die Belichtungszeit nicht mehr verlängern, da man hierbei bereits so lange wie möglich belichtet. Damit hätte bei unnötig langen Brennweiten man Lichtverluste, die man vermeiden möchte. Deshalb streben Deep-Sky-Photographen eher kurze Brennweite an und sprechen von „schnellen“ Optiken. Zudem sind Gasnebel und Galaxien oft so groß, dass lange Brennweiten nur Ausschnitte zeigen würden (außer bei Planetarischen Nebeln).

Die Frage ist also, ab welcher Brennweite kein Gewinn an Details mehr zu erwarten ist. Dies wäre dann die optimale Brennweite im Sinne Detaillierung. Der Verfasser möchte sie als „kritische Brennweite“ bezeichnen. Kennt man die kritische Brennweite, kann es durchaus sinnvoll sein, eine etwas längere zu wählen, um bei Digitalaufnahmen Reserven bei der anschließenden elektronischen Bildbearbeitung (EBV) zu haben. Wer Wert darauf legt, ohne EBV sofort ein scharf wirkendes Bild zu erhalten, wird die kritische Brennweite wählen.

Häufig wird in diesem Zusammenhang das Nyquist-Abtasttheorem aus der Signalverarbeitung bemüht. Der Verfasser zieht es vor, die nachfolgenden Betrachtungen ohne Zitat dieses Theorems durchzuführen.

## 2 Größe des Sternscheibchens

Die Größe eines in der Fokalebene entstehende Bildes eines quasi punktförmigen Objekts, z. B. eines Sterns, wird durch mehrere Einflüsse bestimmt. Hierbei ist die Lichtverteilung glockenförmig und kann in erster Näherung durch eine Gaußfunktion für die meisten Betrachtungen hinreichend beschrieben werden.

Die Größe (FWHM) des Beugungsscheibchens  $\alpha_B$  ergibt sich aus

$$\alpha_B = \frac{1.22 \cdot \lambda}{D},$$

wobei  $\lambda$  die Wellenlänge und  $D$  die Öffnung ist. Das Ergebnis ist im Bogenmaß.

Umgerechnet für blaues ( $\lambda = 400$  nm) und rotes ( $\lambda = 700$  nm) Licht ergibt sich die Spanne

$$\alpha_B = \frac{10.0'' \dots 17.6''}{D_{cm}}.$$

Die Luftunruhe erzeugt ein Zitterscheibchen  $\alpha_Z$  (FWHM) von typischerweise

$$\alpha_Z = 0.5'' \dots 5''.$$

Bei Langzeitaufnahmen kommt zusätzlich noch der Nachführungsfehler  $\alpha_N$  hinzu. Dieser ist selbst bei Autoguiding im Bereich

$$\alpha_N = 0.5'' \dots 2''$$

und wird ebenfalls als Halbwertsbreite (FWHM) angegeben. Ohne Autoguiding ist der Nachführfehler sogar noch größer.

Das gesamte Sternscheibchen  $\alpha$  besitzt dann die Größe

$$\alpha = \sqrt{\alpha_B^2 + \alpha_Z^2 + \alpha_N^2} .$$

wenn jeweils die Halbwertsbreiten (FWHM) betrachtet werden.

Die lineare Größe des Sternscheibchens  $S$  ergibt sich aus der Brennweite  $f$  und der Winkelgröße des Sternscheibchens  $\alpha$  (im Bogenmaß) wie folgt:

$$S = \alpha \cdot f .$$

### 3 Rasterung durch die Pixel des Sensors

Das in der Fokalebene entstehende Bild der Größe  $S$  wird nun mit einem gerasterten Sensor (CCD- oder CMOS-Digitalchip) empfangen, deren Rastergröße (Pixelgröße)  $P$  sei.

Wenn  $S$  kleiner als  $P$  ist, gehen Auflösung und Details verloren. Stelle man sich einen Doppelstern vor, dessen Abstand  $S$  beträgt und somit gerade aufgelöst werden kann (Rayleigh-Kriterium) und der als Ganzes in einem Pixel abgebildet wird. Das Pixel ist hell, aber eben nur ein Pixel. Von einem Doppelstern ist das nichts zu sehen.

Wenn man im idealen Grenzfall annimmt, dass die Zentren der beiden Sterne jeweils in der Mitte zweier Pixel liegen, dann kann man beide Stern genau dann getrennt sehen, wenn zwischen diesen Pixeln ein Leerpixel liegt. Ganz leer geht dieses Pixel allerdings auch nicht aus, denn es bekommt noch etwas Licht von den äußeren Flanken der glockenförmigen Lichtverteilung der beiden einzelnen Sterne. Somit gilt

$$S = 2 \cdot P .$$

Verteilt sich das Sternscheibchen  $S$  (und damit der Abstand des Doppelsterns) über mehr als zwei Pixel, kann man den Doppelstern erst recht auflösen. Man spricht hier manchmal von Oversampling. Manche lehnen dies ab, andere halten es für gerechtfertigt. Fakt ist, dass Oversampling hinsichtlich der Auflösung und Detailtiefe niemals schadet, weil man ja jederzeit in der EBV die Pixel wieder vereinigen kann (Binning). Nachteilig ist aber die damit einhergehende Reduzierung der Lichtstärke der optischen Einrichtung (Setup). Wird bei Mond- und Planetenbildern dadurch die Belichtungszeit länger als 1/25 Sekunde, so muss das Seeing (siehe §5) berücksichtigt werden.

## 4 Reine Beugung

Nehmen wir im Falle der Planetenphotographie an, dass die hier erforderlichen sehr kurzen Belichtungszeiten im Vergleich zur Deep-Sky-Photographie keinen Nachführfehler zur Folge haben. Nehmen wir ferner den akademischen Fall an, dass das Zitterscheibchen viel kleiner ist als das Beugungsscheibchen, bzw. dass das Seeing bei sehr kurzen Belichtungszeiten ( $< 1/25$  s) eingefroren wird. Dann gilt mit  $\alpha = \alpha_B$

$$S = \alpha \cdot f = \frac{1.22 \cdot \lambda \cdot f}{D} = 2 \cdot P .$$

Mit dem Öffnungsverhältnis (Blendenzahl)  $N = f/D$  gilt nach Umstellung der Gleichung

$$N = \frac{1}{0.61 \cdot \lambda} \cdot P .$$

Rechnen wir dies für den Bereich von  $\lambda = 400$  nm bis  $\lambda = 700$  nm aus, so erhalten wir als Öffnungsverhältnis für die kritische Brennweite

$$N = (2.3 \dots 4.1) \cdot P_{\mu\text{m}} ,$$

wobei die Pixelgröße wie allgemein üblich in  $\mu\text{m}$  anzugeben ist (Reihenfolge der Zahlen vertauscht).

Damit ergeben sich folgende Werte für das Öffnungsverhältnis je nach Pixelgröße und Sensorart:

Pixelgröße	Monochromsensor		Farbsensor	
	400 nm	700 nm	400 nm	700 nm
4 $\mu\text{m}$	$N \geq 16.4$	$N \geq 9.2$	$N \geq 33$	$N \geq 18$
5 $\mu\text{m}$	$N \geq 20.5$	$N \geq 11.5$	$N \geq 41$	$N \geq 23$
6 $\mu\text{m}$	$N \geq 24.6$	$N \geq 13.8$	$N \geq 49$	$N \geq 28$
7 $\mu\text{m}$	$N \geq 28.7$	$N \geq 16.1$	$N \geq 57$	$N \geq 32$
8 $\mu\text{m}$	$N \geq 32.8$	$N \geq 18.4$	$N \geq 66$	$N \geq 37$
9 $\mu\text{m}$	$N \geq 36.9$	$N \geq 20.7$	$N \geq 74$	$N \geq 41$

Hinweis zur Tabelle: Im Falle von Farbsensoren mit Bayermatrix und anschließendem Debayering muss man die Pixelgröße etwa mit zwei multiplizieren.

Es empfiehlt sich, die kritische Brennweite nach dem Blauen ( $\lambda = 400$  nm) zu berechnen und ein Oversampling im Roten zu akzeptieren. Für die Canon EOS 60Da mit einer Pixelgröße von 4.3  $\mu\text{m}$  ergibt sich ein sinnvolles Öffnungsverhältnis von  $N \geq 35$ .

Der Verfasser kommt bei seinem 8-Zoll-ACF mit Barlowlinse auf  $N \approx 25$  und sollte demzufolge auch eine schwache Okularprojektion überlegen. Allerdings kommt der Verfasser hierbei so gleich auf  $N \approx 64$ ), was etwa einem 2- bis 3-fach-Oversampling im gesamten Spektralbereich bedeutet. In der Praxis des Verfassers hat sich dieses Setup nur selten bewährt.

## 5 Luftunruhe und Nachführfehler überbieten Beugung

Das Beugungsscheibchen eines Achtzöllers ( $D = 20 \text{ cm}$ ) besitzt im Blauen eine Größe von  $0.5''$ . Die Luftunruhe erzeugt in Mitteleuropa bestenfalls ein Zitterscheibchen der Größe  $1\text{--}2''$  (FWHM), sodass die resultierende Sterngröße ebenfalls ca.  $1\text{--}2''$  beträgt. Wie auch immer man die Zahlen für andere Öffnungen und Luftqualitäten jongliert, im Endeffekt ist die Luftunruhe das meistens entscheidende Limit.

Der verbleibende Fehler in der Nachführung beträgt selbst bei Autoguiding je nach Qualität der Montierung und den Autoguide-Einstellungen  $0.5\text{--}2''$ . Ohne Autoguiding kommen Ausrichtungsfehler und Schneckenfehler hinzu, sodass dann bei Langzeitbelichtungen dieser Effekt meistens sogar bedeutender wird als die Luftunruhe.

Alles in allem macht es also Sinn, von Sternscheibchen der Größe  $1\text{--}5''$  auszugehen und zwar unabhängig von der Öffnung des Fernrohrs – und damit auch unabhängig vom Öffnungsverhältnis. Die lineare Größe des Sternscheibchen  $S$  beträgt in diesem Fall also

$$S = (1'' \dots 5'') \cdot f = (5 \dots 25) \cdot 10^{-6} \cdot f = 2 \cdot P$$

bzw.

$$f = (4 \cdot 10^5 \dots 8 \cdot 10^4) \cdot P .$$

Kritische Brennweite bei Monochromsensoren					
Pixelgröße	Stern = 1''	Stern = 2''	Stern = 3''	Stern = 4''	Stern = 5''
4 $\mu\text{m}$	1600 mm	800 mm	530 mm	400 mm	320 mm
5 $\mu\text{m}$	2000 mm	1000 mm	670 mm	500 mm	400 mm
6 $\mu\text{m}$	2400 mm	1200 mm	800 mm	600 mm	480 mm
7 $\mu\text{m}$	2800 mm	1400 mm	930 mm	700 mm	560 mm
8 $\mu\text{m}$	3200 mm	1600 mm	1070 mm	800 mm	640 mm
9 $\mu\text{m}$	3600 mm	1800 mm	1200 mm	900 mm	720 mm

Kritische Brennweite bei Farbsensoren					
Pixelgröße	Stern = 1''	Stern = 2''	Stern = 3''	Stern = 4''	Stern = 5''
4 $\mu\text{m}$	3200 mm	1600 mm	1070 mm	800 mm	640 mm
5 $\mu\text{m}$	4000 mm	2000 mm	1330 mm	1000 mm	800 mm
6 $\mu\text{m}$	4800 mm	2400 mm	1600 mm	1200 mm	960 mm
7 $\mu\text{m}$	5600 mm	2800 mm	1870 mm	1400 mm	1020 mm
8 $\mu\text{m}$	6400 mm	3200 mm	2130 mm	1600 mm	1280 mm
9 $\mu\text{m}$	7200 mm	3600 mm	2400 mm	1800 mm	1440 mm

Der Verfasser geht für seinen Wohnort und seinen Montierungen mit mobiler Aufstellung eher von etwa einem Sternscheibchen mit  $\text{FWHM} = 4''$  aus. Zudem benutzt er eine Canon EOS 60Da mit Farbsensor und Pixelgröße von  $4.3 \mu\text{m}$ . Das ergibt eine kritische Brennweite von  $f = 860 \text{ mm}$ . So gesehen ist sein 203/2000 mm ACF schon zu langbrennweitig und erzeugt ein Oversampling. Der ED-Apochromat des Verfasser mit 127/950 mm entspricht recht gut der kritischen Brennweite. Die Verwendung einer Barlowlinse bringt beim ACF eine Brennweite von 5100 mm und somit bereits ein 6-fach-Oversampling. Das hat beim Mond gute Ergebnisse gebracht.

Andererseits ist es für viele Aufgaben auch nicht gut, wenn ein Stern nur ein Pixel in Anspruch nimmt. Jedes Pixel hat unterschiedliche Empfindlichkeiten und beim CMOS auch abweichende Verstärkungsfaktoren. Ein geeignetes Flatfield zur Korrektur steht nicht immer zur Verfügung. So versucht man in der Photometrie beispielsweise das Sternscheibchen auf jeden Fall über mehrere Pixel zu verteilen, notfalls durch Defokussierung. Der Verfasser hält ein Oversampling um einen Faktor 2–6 für angemessen. Das bietet dann auch genügend Reserve bei einer anschließenden elektronischen Bildverarbeitung.