



# Astronomical Bulletin Wischnewski

No. 16: Spektrale Auflösung mit dem StarAnalyser

## Spektrale Auflösung bei spaltlos verwendeten Beugungsgittern wie dem StarAnalyser

Abstract Das spektrale Auflösungsvermögen bei spaltloser Spektroskopie mit einem Star-Analyser wird durch zahlreiche Faktoren beeinflusst. Die wichtigsten sind die Luftunruhe (Seeing) und die spektrale Koma. Es wird eine Formel hergeleitet, um aus der Linienzahl des Gitters, dem Gitterabstand zum Sensor, der Brennweite des Fernrohrs, der Pixelgröße des Sensors, des Seeings und der Wellenlänge die erzielbare spektrale Auflösung zu berechnen. Anhand eines Spektrums von Capella werden die Ergebnisse belegt.

Inhalt	1	Vorbemerkungen und Aufbau	2
	2	Einflussfaktoren	3-4
	3	Spektrale Koma	5-6
	4	Größe des Sternscheibchens	6-7
	5	Spektrale Auflösung	8-10
	6	Maximale Pixelgröße	10-11
	7	Ergebnisse in der Praxis	12-14

Eine ausführliche Behandlung des Themas Spektroskopie finden Sie im Buch *>Astronomie in Theorie und Praxis<*, 6. Auflage (ISBN 978-3-00-040524-2).

Dr. Erik Wischnewski

Heinrich-Heine-Weg 13 • D-24568 Kaltenkirchen E-Mail: proab@t-online.de • Internet: http://www.astronomie-buch.de

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Autors unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Alle Rechte vorbehalten. © Dr. Erik Wischnewski, Kaltenkirchen 2014

Version: 02.04.2014 05:00:20

# 1 Vorbemerkungen und Aufbau

**Gitter** | Transmissionsgitter wie der StarAnalyser werden spaltlos verwendet und prefokal in den konvergenten Strahlengang eines Fernrohres eingesetzt, so wie ein Filter. Die Abbildung des Sterns und seines Spektrums ist demzufolge von der Optik des Fernrohrs und der Luftunruhe (dem Seeing) bestimmt.

**Stern** | Die nullte Ordnung des Gitters stellt einerseits das Seeingscheibchen und andererseits das Beugungsscheibchen des Objektivs dar. Weitere Einflüsse kommen hinzu. Diese Abbildung mit der Halbwertsbreite A soll als >Stern< bezeichnet werden.

**Sensor** | Es wird davon ausgegangen, dass als Sensor eine Digitalkamera eingesetzt wird. Dabei spielt auch die Pixelgröße eine wichtige Rolle. Die optimale Pixelgröße ist abhängig vom Seeing und der verwendeten Brennweite.

**Herleitung** | Die Herleitung des spektralen Auflösungsvermögens eines StarAnalysers erfolgt in drei Schritten. Im ersten Schritt wird die spektrale Koma betrachtet, im zweiten Schritt die Größe des Sternscheibchens berechnet. Letztere ist hauptsächlich von der Beugung der Optik (klassisches Beugungsscheibchen) und vom Seeing abhängig. Die Sterngröße wird schließlich mit der Dispersion des Gitters verknüpft. Damit erhält man die spektrale Auflösung des Spektrums des StarAnalysers. Hier geht die Anzahl der Linien (Furchen) des Gitters ein: Beim StarAnalyser also 100 oder 200 Linien/mm. Ferner beeinflusst der Gitterabstand zum Sensor die lineare Dispersion, die letztlich für die pixelorientierte Betrachtung relevant ist.



Abbildung 1: Instrumenteller Aufbau mit StarAnalyser, Distanzhülsen und Canon EOS 60Da.

# 2 Einflussfaktoren

Wie in allen wissenschaftlichen Bereichen sind es immer mehrere Faktoren, die die Qualität des Ergebnisses beeinflussen. Seien es die zahlreichen Abbildungsfehler von Optiken, seien es die zahlreichen Faktoren bei einer Deep-Sky-Aufnahme oder seien es die vielen Möglichkeiten, die die spektrale Auflösung eines Spektrums beeinflussen. In dieser Arbeit interessieren wir uns nur für Letzteres und auch nur für den Fall, dass wir ein Transmissionsgitter spaltlos in den konvergenten Strahlengang im Abstand d vor einem Digitalsensor einfügen.

Gruppe	Einflussfaktor	Relevanz
0	Herstellungstoleranzen des Gitters	
1	Luftunruhe (Seeing)	-
	Beugungsbild des Objektivs	-
	Fokussierung	$\bigcirc$
	Nachführfehler bei längeren Belichtungszeiten	
	Positionierungsfehler beim Stacking	
	Debayerisierung bei Farbsensoren	$\bigcirc$
2	Spektrale Koma	
	Astigmatismus	
	Bildfeldwölbung	$\bigcirc$
3	Drehung des Bildes	
	Pixelung	
	Rauschen	$\bigcirc$

Tabelle 1:Faktoren, die die spektrale Auflösung bei spaltloser Spektroskopie beeinflussen.<br/>Die Farbkennung stellt eine grobe Einstufung hinsichtlich der Bedeutung dar.



starker Einfluss

mittlerer Einfluss (situationsabhängig)

geringer bzw. leicht kompensierbarer Einfluss

**Gruppe 0** | Faktoren der Gruppe 0 reduzieren das theoretische Auflösungsvermögen des Gitters. Im vorliegenden Fall erreichen wir dieses ohnehin nicht annähernd, sodass diese Gruppe nicht weiter berücksichtigt werden muss.

Das gittertheoretische Auflösungsvermögen liegt beim *StarAnalyser 100* bei R=2400 und beim *StarAnalyser 200* bei R=4800. Das bedeutet für H $\alpha$  eine maximal erreichbare spektrale Auflösung von 2.8 Å bzw. 1.4 Å. Selbst bei sehr gutem Seeing von 1" liegt man hiervon noch weit entfernt.

**Gruppe 1** | Faktoren der Gruppe 1 beeinflussen die Halbwertsbreite (FWHM) der nullten Ordnung, die wir nachfolgenden als Stern bzw. Sterngröße bezeichnen wollen. Es können keine Spektrallinien getrennt werden, die dichter zusammenstehen als die Sterngröße. Die wichtigsten Einflüsse sind die Luftunruhe (Seeing) und die Beugung durch das Objektiv.

Selbstverständlich spielt auch die Fokussierung eine entscheidende Rolle, kann aber beispielsweise durch Verwendung einer Bathinovmaske in die Bedeutungslosigkeit reduziert werden. Bleiben tut aber immer das Problem, dass verschiedene Farbbereiche je nach chromatischer Aberration der Optik unterschiedlich gut fokussiert werden. Bei Fokussierung im Liveview-Modus einer DSLR-Kamera wird beispielsweise der Grünkanal scharf gestellt und es kann ein roter Saum bleiben. Belichtet man ohne Autoguiding länger als ca. 10 Sekunden, so können Nachführfehler den Stern vergrößern. Demzufolge also lieber viele kurzbelichtete Aufnahmen als wenige langbelichtete Bilder. Aus diesem Grunde und zur Reduzierung des Rauschens wird man sehr viele Einzelbilder belichten und diese addieren (stacken). Dabei können kleine Ungenauigkeit (Rundungen, usw.) den Stern ebenfalls geringfügig vergrößern. Als Gegenmittel bietet sich die Superresolution an, die oft als zwei- bis vierfach angeboten werden.

Auch wenn Nachführ- und Stackingfehler bis zur Bedeutungslosigkeit reduziert werden können, bleibt der Effekt der Debayerisierung bei Farbsensoren leider unvermeidbar. Wir benötigen den (s/w-)Luminanzkanal und müssen das RAW-Bild entwickeln. Das tut bei Verwendung des JPEG-Formates bereits die Kamera (nicht zu empfehlen) oder spätestens die Rechnersoftware wie beispielsweise Fitswork. Damit die Debayerisierung keinen Ausflösungsverlust bedeutet, muss die Pixelgröße hinreichend klein sein (siehe Kapitel 6).

**Gruppe 2** | Faktoren der Gruppe 2 wirken sich wellenlängenabhängig aus. Dabei sind der Astigmatismus und die Bildfeldwölbung eher untergeordnet und können vernachlässigt werden. Relevant ist die spektrale Koma, die nach Schroeder [1] mit der Wellenlänge zunimmt.

**Gruppe 3** | Faktoren der Gruppe 3 wirken sich unterschiedlich aus. Ist der Spektralstreifen nicht genau waagerecht, so muss das Bild gedreht werden. Wegen der Pixelung des Bildes treten dabei Sprünge auf, die durch ein geeignetes Interpolationsverfahren (z. B. bikubisch) unterdrückt werden können. Das führt aber zu einer geringen Verschlechterung der Auflösung.

Die Pixelung (Digitalisierung) des Bildes ist auch ohne Drehung ein Einflussfaktor, der allerdings durch genügend kleine Pixel hinreichend eliminiert werden kann. Weitere Erläuterungen siehe Kapitel 6 (Maximale Pixelgröße).

Das Rauschen besitzt ebenfalls einen Einfluss auf die Auflösung von Spektrallinien. Um es zu reduzieren, werden viele Bilder aufgenommen und gemittelt.

## 3 Spektrale Koma

Die Abbildung 2 zeigt die Ausschnitte zweier Spektren mit deutlicher Koma, aufgenommen mit einem ED-Apochromat.



Abbildung 2: Zwei Spektren mit deutlich sichtbarer Koma.

Daniel Schroeder [1] gibt für die Größe  $\Delta\lambda_{Koma}$  der gesamten Koma folgenden Ausdruck an, wobei der Faktor  $\epsilon$  vom Verfasser ergänzt wurde (Erläuterung siehe nachfolgend):

$$\Delta\lambda_{Koma} = \frac{3 \cdot \lambda}{8 \cdot N^2} \cdot \varepsilon$$

Hierin ist N = f/D das Öffnungsverhältnis der Optik und  $\lambda$  die Wellenlänge. Für die Gesamtkoma ist  $\varepsilon = 1$  zu setzen. Bereits Schroeder gibt an, dass sich das Licht nicht gleichmäßig verteilt, sondern etwa 80% der Energie auf 50% der Fläche verteilt und verwendet  $\varepsilon = 0.5$ . Christian Buil [2] berechnete für einige Wellenlängen das Bild der Koma (Abbildung 3), das der Verfasser hinsichtlich der Lichtverteilung näher untersucht hat.



**Abbildung 3:** Helligkeitsprofil der spektralen Koma in Abhängigkeit der Wellenlänge und Ermittlung des für die Rechnungen relevanten Verhältnisses ε der Halbwertsbreite zur Gesamtbreite nach Schroeder [1] und Buil [2].

Da zur Ermittlung des Intensitätsprofiles eines Spektrums meistens ein Streifen verwendet wird, bei dem senkrecht zur Dispersionsrichtung gelegene Bildpunkte addiert werden, hat der Verfasser das Helligkeitsprofil der Komabilder auf diese Weise ermittelt. Wie in Abbildung 3 eingezeichnet, beträgt die üblicherweise für solche Betrachtungen verwendete Halbwertsbreite der nur

(1)

28% (bei 4500 Å) bzw. 40% (bei 6500 Å) der jeweiligen Gesamtgröße. Aus diesen beiden Messungen ergibt sich der Faktor  $\epsilon$  zu:

$$\varepsilon = 0.01 + 0.00006 \cdot \lambda_{\text{\AA}}$$

Für größere Wellenlängen stellt die Gleichung (2) eine Obergrenze dar, die Messungen sind niedriger. Da in Verbindung mit einem StarAnalyser oft eine DSLR-Kamera verwendet wird, ist es sinnvoll, den eingeschränkten Bereich von 4000–7000 Å zu betrachten, der durch die Gleichung (2) bestens repräsentiert wird.

In der nächsten Tabelle wird die spektrale Koma für drei Wellenlängen berechnet. Als Fernrohre werden ein Achtzöller f/5 und f/10 gewählt sowie der für Testzwecke verwendete Fünfzöller f/7.5. Der Wellenlängenbereich wird durch H $\gamma$  4340 Å, 5500 Å und H $\alpha$  6563 Å repräsentiert.

	127/950 mm	200/1000 mm	200/2000 mm
	N = 7.5	N = 5	N = 10
4340 Å	7.8 Å	17.6 Å	4.4 Å
5500 Å	12.5 Å	28.1 Å	7.0 Å
6563 Å	17.7 Å	39.8 Å	9.9 Å

Tabelle 2:Spektrale Koma für verschiedene Wellenlängen  $\lambda$  und Öffnungsverhältnissen N unter<br/>Berücksichtigung des Faktors  $\epsilon$  gemäß Gleichung (2).

### 4 Größe des Sternscheibchens

Die Abbildungsgröße A des Sterns ergibt sich aus

$$A^2 = S^2 + B^2 + \cdots,$$

wobei B die Größe des Beugungsscheibchens, S das Seeing und A die effektive Größe der Abbildung des Sterns ist. Die Punkte deuten an, dass weitere Einflüsse wie in Tabelle 1 aufgeführt hinzukommen können. Mit der Beziehung

$$B = \frac{11.6"}{D_{cm}}$$

ergeben sich für verschiedene Objektivdurchmesser D folgende Beugungsscheibchen:

D = 10  cm	$\rightarrow$	B = 1.2''
D = 15 cm	$\rightarrow$	B = 0.9"
D = 20 cm	$\rightarrow$	B = 0.6"
D = 30 cm	$\rightarrow$	B = 0.4''

Für größere Fernrohre darf in erster Näherung in Mitteleuropa die Abbildungsgröße A als nur noch vom Seeing S abhängig betrachtet werden. Unterhalb von 15 cm könnte aber auch bei sehr ruhiger Luft die Berücksichtigung der Gleichung (3) notwendig werden. So würde bei einem Fünfzöller und einem Seeing von 1" die Abbildung des Sterns etwa 1.4" groß sein (FWHM).

(3)

 $(\Lambda)$ 

(2)

-	•	U U
zunächst die line	eare Größe in μm:	
		<b>A</b> '' -
		$A_{\mu m} = \frac{A}{2}$
		20

Sternscheibchens.

Sterngröße in Bogensekunden | In der nächsten Tabelle wird die Sterngröße für unterschiedliche Luftunruhe (Seeing = 1''-8'') und Fernrohre berechnet:

200/2000 mm

1.2"

2.1"

3.1"

5.0"

8.0"

Sterngröße in Pixel | Für die Umrechnung der Sterngröße A von Bogensekunden berechnen wir

FWHM des Sternscheibchens für verschiedenes Seeing bei einigen Öffnungen. Die Beugung durch das Objektiv hat nur bei sehr gutem Seeing Einfluss auf die Größe des

 $\frac{f_{mm}}{06}$ ,

wobei f die Brennweite in mm ist. Die Sterngröße A in Pixel ergibt sich aus

200/1000 mm

1.2"

2.1"

3.1"

5.0"

8.0"

$$A_{Pixel} = rac{A_{\mu m}}{P_{\mu m}},$$

wobei P die Pixelgröße in µm ist.

127/950 mm

1.4"

2.2"

3.1"

5.1"

8.1"

Seeing 1"

2"

3"

5"

8"

Tabelle 3:

Seeing	127/950 mm	200/1000 mm	200/2000 mm
1"	1.5 Pixel	1.3 Pixel	2.6 Pixel
2"	2.4 Pixel	2.3 Pixel	4.7 Pixel
3"	3.4 Pixel	3.4 Pixel	6.9 Pixel
5"	5.4 Pixel	5.7 Pixel	11.4 Pixel
8"	8.6 Pixel	9.0 Pixel	18.1 Pixel

Tabelle 4: FWHM des Sternscheibchens für einige Öffnungen und Brennweiten aus Tabelle 4, umgerechnet in Pixel bei einer Pixelgröße von 4.3 µm.

Sterngröße in Angström | In der nächsten Tabelle wird die Sterngröße in eine spektrale Auflösung  $\Delta\lambda$  gemäß Gleichung (11) umgerechnet, wobei die technischen Daten des Verfassers verwendet werden (L = 100 Linien/mm, Gitterabstand d = 155 mm).

Seeing	127/950 mm	200/1000 mm	200/2000 mm
1"	3.0 Å	3.1 Å	6.3 Å
2"	5.9 Å	6.3 Å	12.5 Å
3"	8.9 Å	9.4 Å	18.8 Å
5"	14.9 Å	15.6 Å	31.3 Å
8"	23.8 Å	25.0 Å	50.1 Å

Tabelle 5: FWHM des Sterns für einige Öffnungen, umgerechnet gemäß Gleichung (11) in eine spektrale Auflösung  $\Delta\lambda$  bei L = 100/mm und d = 155 mm.

🙄 Der Vergleich der Werte zwischen Tabelle 2 und Tabelle 5 macht deutlich, in welchem Fall das Seeing überwiegt und wann die Koma zum entscheidenden Faktor wird.

(5)

(6)

#### Spektrale Auflösung 5

Lineare Dispersion | Für die Berechnung der spektralen Auflösung benötigen wir die lineare Dispersion x. Diese ergibt sich bei  $L \le 200$  näherungsweise durch folgende Beziehung:

$$x = d \cdot L \cdot \lambda$$

(7)

(8)

oder als

$$\Delta x = d \cdot L \cdot \Delta \lambda$$

bzw.

$$\Delta \lambda = \frac{\Delta x}{d \cdot L} , \qquad (9)$$

wobei d der Gitterabstand zum Sensor in mm und L die Linienzahl pro mm. Das Produkt d · L ist somit dimensionslos. Die lineare Dispersion x bzw. Δx ergeben sich in den Einheiten der Wellenlänge  $\lambda$  bzw.  $\Delta\lambda$ .



😬 Zur Bestimmung des spektralen Auflösungsvermögens werden instrinsische (stellarphysikalische) Gründe für eine Linienverbreiterung als vernachlässigbar betrachtet.

In der Praxis lässt sich Ax direkt in der Aufnahme messen, zum Beispiel mit Fitswork (Mauszeiger über den Stern und L drücken). Dieser Wert beinhaltet nicht nur das reine Seeing S, sondern auch das Beugungsscheibchen B des Objektivs, Fokussierfehler, Fehler in der Nachführung und durch das Addieren der Einzelbilder (Stacking) und bei Farbsensoren durch die Debayerisierung.

In sehr seltenen Fällen wird die Halbwertsbreite des Sterns weniger als zwei Pixel betragen (nur bei Monochromsensoren möglich); in diesem Fall ist  $\Delta x_{Pixel} = 2$  zu verwenden.

**Spektrale Auflösung durch den Stern** | Setzen wir mit Gleichung (6) für  $\Delta x = A_{\mu m}$  in Gleichung (9) ein, so erhalten wir als spektrale Auflösung:

$$\Delta \lambda_{Stern} = \frac{A'' \cdot f}{206 \cdot d \cdot L} \ .$$

In Gleichung (10) ergibt sich die spektrale Auflösung  $\Delta\lambda$  in  $\mu$ m. Mit 10000 multipliziert erhält man die spektrale Auflösung in Angström:

$$\Delta \lambda_{Stern} = 48.5 \text{ Å} \cdot \frac{f}{d \cdot L} \cdot A''$$
 ,

wobei die Abbildungsgröße A" des Sterns in Bogensekunden, die Brennweite der Optik f und die Gitterdistanz zum Sensor d in mm angegeben werden. L ist die Linienzahl des Gitters pro mm.

(10)

(11)

Praxisnaher ist die Gleichung

$$\Delta \lambda_{Stern} = \Delta x_{Pixel} \cdot \frac{10000 \cdot P_{\mu m}}{d \cdot L} = \Delta x_{Pixel} \cdot lineare \ Dispersion$$
,

wobei die *lineare Dispersion* in Å/Pixel angegeben wird. Üblicherweise misst man die Größe des Sterns direkt im Bild am Ende der gesamten Bearbeitungskette. Dieser Wert enthält dann alle Einflussfaktoren aus Gruppe 1 der Tabelle 1.

**Effektive Auflösung** | Aus Gleichung (1) und Gleichung (12) ergibt sich die effektive spektrale Auflösung:

$$\Delta \lambda = \sqrt{\Delta \lambda_{Stern}^2 + \Delta \lambda_{Koma}^2}.$$
(13)

**Beispiel** | Die *lineare Dispersion* ist bei dem vom Verfasser benutzten instrumentellen Aufbau 2.8 Å/Pixel. Die Halbwertsbreite des Sterns liegt im Luminanzkanal des Summenbildes (s/w-Bild) bei 3–5 Pixeln, was einer spektralen Auflösung von  $\Delta\lambda \approx 9-14$  Å entspricht. Hierzu addiert sich die spektrale Koma, die je nach Wellenlänge bei  $\Delta\lambda_{Koma} \approx 8-18$  Å liegt, sodass insgesamt eine spektrale Auflösung von  $\Delta\lambda \approx 12-23$  Å möglich sein sollte.

**Erreichbare effektive Auflösung** | In der nächsten Tabelle wird die erreichbare Auflösung  $\Delta\lambda$  gemäß Gleichung (13) für 5500 Å berechnet, wobei die technischen Daten des Verfassers verwendet werden (L = 100 Linien/mm, Gitterabstand d = 155 mm).

5500 Å,	127/950 mm	200/1000 mm	200/2000 mm
Seeing	N = 7.5	N = 5	N = 10
1"	13 Å	29 Å	9 Å
2"	14 Å	29 Å	14 Å
3"	20 Å	30 Å	20 Å
5"	23 Å	32 Å	32 Å
8"	27 Å	38 Å	51 Å

**Tabelle 6:**Spektrale Auflösung für einige Öffnungen bei verschiedenem Seeing für  $\lambda = 5500$  Å,<br/>gerechnet für L = 100/mm und d = 155 mm.

Die Angaben in Tabelle 6 berücksichtigen keine Verschlechterungen durch die Fokussierung, Nachführung oder Stacking.

**Fazit** | Der Vergleich der beiden 200-mm-Optiken zeigt, dass ein lichtstarkes Objektiv (N=5) nur bei sehr schlechtem Seeing dem lichtschwachen Objektiv (N=10) überlegen ist, ansonsten punktet das Fernrohr mit dem größeren Öffnungsverhältnis. Der Vergleich der beiden ersten Optiken mit fast gleicher Brennweite (ca. 1 m) zeigt, dass auch hier das lichtschwächere Objektiv (N=7.5) besser auflöst. Grundsätzlich ist also die Tendenz zu einem Fernrohr mit größerem Öffnungsverhältnis N bezüglich der spektralen Auflösung günstig, aber abhängig von der tatsächlichen Brennweite. Wer also sowohl einen 5"-Apochromat f/7.5 als auch einen 8"-Ritchey-Chrétien f/10 zur Verfügung hat, wird trotz des kleineren Öffnungsverhältnisses die f/7.5-Optik vorziehen.

(12)

**Gitterabstand** | Verändert man den Gitterabstand d zum Sensor, so zeigt sich, dass bei größerem Abstand die Koma in den Vordergrund tritt und bei kleinerem Abstand die Größe des Sternscheibchens. In der effektiven Auflösung wirkt sich eine große Gitterdistanz günstig aus. Dabei muss beachtet werden, dass der Durchmesser des Lichtbündels nicht größer als der Durchmesser des Gitters werden darf. Für den StarAnalyser ergibt sich ein optimaler Gitterabstand zum Sensor von

$$d_{optimal} = 24 \ mm \cdot N \ . \tag{14}$$

Im Falle des 127-mm-Apochromat f/7.5 sind dies d = 180 mm. Bei derart großen Distanzen zum Brennpunkt kann es vorkommen, dass nicht genügend >Backfokus<br/>< vorhanden ist und man sich mit weniger Gitterabstand begnügen muss, um die Abbildung noch scharf stellen zu können. Beim genannten Refraktor sind mit etwas Reserve nur d = 155 mm realisierbar. Distanzhülsen verschiedener Länge hält der Fachhandel bereit.

## 6 Maximale Pixelgröße

**Intensitätsverlauf** | Betrachten wir die Situation ohne Gitter. Die Abbildungsgröße A eines Sterns ist durch das Beugungsscheibchen B der Optik und durch die Luftunruhe, dem so genannten Seeing S, bestimmt. Ungenauigkeiten bei der Fokussierung, Nachführung und Addition der Bilder kommen hinzu, sollen hier aber vernachlässigt werden. Die Lichtverteilung kann für diese Betrachtungen mit genügender Genauigkeit als gaußverteilt betrachtet werden. Die charakteristische Kenngröße für die Abbildungsgröße A ist somit die Halbwertsbreite (FWHM).

Die bestmögliche Auflösung mit einem Digitalsensor ist gegeben, wenn die beiden Komponenten eines Doppelsterns jeweils nicht mehr als ein Pixel in Anspruch nehmen und zwischen ihnen nicht mehr als ein Leerpixel liegt. Die Inanspruchnahme eines Pixel soll in diesem Sinne bedeuten, dass die Halbwertsbreite der Abbildung A genau der Pixelgröße P entspricht.

Abbildung 4 zeigt die doppelgaußförmige Lichtverteilung eines Doppelsterns (grüne Kurve). Die Pixel sind durch graue Linien markiert. Ein Pixel ist die kleinste Einheit eines Sensors und kann keine Verteilungsfunktion besitzen, sondern nur einen bestimmten Wert. Zwischen den grauen Hilfslinien, die die Grenzen der Pixel markieren, ist die Fläche unter der grünen Kurve gleich der Rechteckfläche unter der roten Linie. Die Höhe der roten Linie gibt die Helligkeit des Pixels an. Deutlich erkennbar sind die beiden Komponenten des Doppelsterns und die Lücke dazwischen. Diese ist allerdings nicht schwarz, da die Flügel der gaußförmigen Intensitätskurven beider Sterne noch in das Zwischenpixel hineinragen. In der dargestellten Situation beträgt der Abstand der Sterne (Maxima der grünen Kurve) genau zwei Pixel. Der Doppelstern lässt sich trennen. Es ist sogar noch etwas "Reserve" vorhanden, das heißt, die Sterne dürften <u>etwas</u> enger zusammen stehen.



Abbildung 4: Gaußförmige Ausleuchtung der Pixel (markiert durch die grauen Linien) bei einem Doppelstern. Die Halbwertsbreite der Lichtverteilung durch die Kombination aus Beugung und Seeing beträgt genau 1 Pixel. Der Abstand der Sterne beträgt 2 Pixel. Die maximale Helligkeit liegt genau in der Mitte eines Pixels.

**Maximale Pixelgröße** | Ist das Sternscheibchen A<sub>µm</sub> kleiner als nach Gleichung (5) berechnet, so begrenzt die Pixelgröße P die Auflösung. Ist sie größer, so verteilt sich die Lichtintensität über mehrere Pixel und verringert dadurch die pixeltechnisch mögliche Auflösung. Je kleiner das Sternscheibchen ist, umso kleiner müssen auch die Pixel sein. Damit ergibt sich als maximale Pixelgröße P in µm bei einem Stern der Größe A" in Bogensekunden und einer Brennweite f in mm folgende Beziehung:

$$P_{\mu m} \le \frac{A'' \cdot f_{mm}}{206}.$$
 (15)

Da für die Auswertung des Spektrums der Luminanzkanal (s/w-Bild) verwendet wird, muss die Farbmatrix interpoliert werden. Somit müssen wegen der Debayerisierung bei Farbsensoren mehr Pixel zur Verfügung stehen. Das einzelne Pixel darf daher bei Farbsensoren nur etwa halb so groß sein wie nach Gleichung (4) berechnet, um die Auflösung nicht zu begrenzen:

$$P_{\mu m} \le \frac{A'' \cdot f_{mm}}{400}.$$

(1 )

(16)

## 7 Ergebnisse in der Praxis

**Capella** | Der Sterne  $\alpha$  Aurigae (V=0.08 mag) besteht aus zwei Riesensternen der Leuchtkraftklasse III. Die Hauptkomponente ist vom Spektraltyp G8 (V=0.71 mag), die Nebenkomponente vom Spektraltyp G0 (V=0.96 mag).



Abbildung 5: Pretty-Spektrum von Capella (G8 III) wie in Abbildung 6 beschrieben.

### **Technische Daten**

Datum: 13.04.2014, 20:10 MEZ Höhe: 70° Dreilinsiger ED-Apochromat 127 mm / f = 950 mm Canon EOS 60Da (Pixelgröße P =  $4.3 \,\mu m$ ) StarAnalyser 100 (L = 100 Linien/mm) Gitterabstand d = 155 mmISO 200, 0.25 Sek. 107 Aufnahmen Addition mit Fitswork bei 2fach-Superresolution Horizontale Ausrichtung mit bikubischer Interpolation Berechnung des Luminanzkanals (s/w-Bild) FWHM des Sterns = 4.5 Pixel Lineare Dispersion: 2.78 Å/Pixel Spektrale Auflösung des Sterns = 12.5 Å (= FWHM<sub>Stern</sub> · Dispersion) + spektrale Koma bei 4340|5500|6563 Å = 7.8|12.5|17.7 Å = spektrale Auflösung bei 4340|5500|6563 Å = 14.7|17.7|21.7 Å Parabolische Kalibrierung mit RSpec Mittlerer Restfehler der Kalibrierung = 0.26 Å im Bereich 4861–6563 Å Kontinuum normiert (I<sub>C</sub>=1, mit RSpec) S/N = 370, ermittelt im Bereich 6029–6074 Å (17 Werte)  $3\sigma$ -Signifikanz = 0.008 auf der Intensitätsachse (1 Teilstrich hat 0.010)

**Messergebnisse** | Die Auswertung der Abbildung 6 ergibt neben zahlreichen Spektrallinien, hauptsächlich des neutralen Eisens, auch einige Hinweise zur tatsächlich erreichten spektralen Auflösung. So konnten für mehrere Spektrallinien, die einigermaßen isoliert erscheinen, Halbwertsbreite (FWHM) von 14–18 Å gemessen werden. Ferner konnten folgende Linienpaarungen getrennt werden:

Fe I 4647.4	{d} 4668.1	$\Delta\lambda = 20.7$ Å	sehr deutlich
Fe I 5079.7	Fe I 5098.7	$\Delta \lambda = 19.0 \text{ Å}$	deutlich
Fe I 6315.8	Fe I 6335.3	$\Delta\lambda = 19.5$ Å	deutlich
$\{b_{2-4}\}$ 5169.1	$\{b_1\}$ 5183.6	$\Delta\lambda = 14.5$ Å	ausreichend

Die Messungen bestätigen die spektrale Auflösung im Abschnitt Technische Daten.

## Literatur

- [1] Schroeder, Daniel J.: *Astronomical Optics*. Academic Press, 2000.
- [2] Buil, Christian: <u>http://www.astrosurf.com/buil/us/spe1/spectro2.htm</u>



**Abbildung 6:** Spektrum von Capella (G8 III + G1 III) im Bereich 4250–6700 Å, aufgenommen mit ED-Apochromat 127/950 mm und Canon EOS 60Da (4.3 μm) bei ISO 200 mit 0.25 Sek. Addition von 107 Aufnahmen bei 2fach-Superresolution mit FITSWORK, Drehung mit bikubischer Interpolation, Berechnung des Luminanzkanals (s/w-Bild). Profilerstellung, Kalibrierung, Normierung und Auswertung mit RSPEC. Der kleine senkrechte Strich über der Angabe S/N=370 deutet die umgerechneten 3σ-Wert an, die eine signifikante Einkerbung besitzen muss.